

Решение систем линейных уравнений методом сложения

1. Вспоминаем

На прошлом уроке, тобой был рассмотрен способ решения линейных уравнений методом СЛОЖЕНИЯ. Восстанови этот алгоритм:

- 1) Подобрать множители так, чтобы коэффициенты при одной из переменных (или при x или при y) стали _____.
- 2) Сложить _____ и _____ части уравнения
- 3) _____ полученное на втором шаге
- 4) _____ найденное на третьем шаге значение переменной в _____ из уравнений системы.
- 5) Вычислить значение _____.
- 6) _____.

2. Изучаем

На прошлом уроке, во всех примерах нам не приходилось выполнять первый пункт алгоритма. Сегодня мы рассмотрим такие системы уравнений, в которых невозможно обойтись без этого пункта: подобрать множители так, чтоб коэффициенты какой-либо переменной были противоположными числами.

Решим методом сложения систему уравнений:
$$\begin{cases} 5x + 6y = 0 \\ 3x + 4y = 4 \end{cases}$$

При сложении у нас ничего не уничтожится, поэтому приступаем к первому шагу:

1. Подобрать множители так, чтобы коэффициенты при одной из переменных (или при x или при y) стали противоположными числами.

Выберем для изменения коэффициенты при x . В первом уравнении это число 5, во втором 3. Как сделать эти множители противоположными? Найдём их общее кратное: число 15, делится и на число 5 и на число 3 => чтобы из числа 5 в первом уравнении сделать число 15, его нужно умножить на 3, а следовательно и каждое слагаемое умножить на 3. А вот второе уравнение умножим на 5. Получим:

$$\begin{cases} 5x + 6y = 0 \cdot 3 \\ 3x + 4y = 4 \cdot 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (5 \cdot 3)x + (6 \cdot 3)y = 0 \cdot 3 \\ (3 \cdot 5)x + (4 \cdot 5)y = 4 \cdot 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 15x + 18y = 0 \\ 15x + 20y = 20 \end{cases}$$

Но даже сейчас при сложении $15x + 15x$ не взаимно уничтожатся, так как не являются противоположными, поэтому до множим ЛЮБОЕ из уравнений на -1 , например первое:

$$\begin{cases} 15x + 18y = 0 \cdot (-1) - 15x - 18y = 0 \\ 15x + 20y = 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -15x - 18y = 0 \\ 15x + 20y = 20 \end{cases}$$

Ну а теперь можем выполнить остальные пункты алгоритма:

2. Сложить левые и правые части уравнения
3. Решить уравнение полученное на втором шаге

$$\begin{array}{r} + \\ \left[\begin{array}{l} -15x - 18y = 0 \\ 15x + 20y = 20 \end{array} \right. \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} (-15x + 15x) + (-18y + 20y) = 0 + 20 \\ 2y = 20 \\ y = 20 : 2 \\ y = 10 \end{array}$$

4. Подставить найденное на третьем шаге значение переменной в любое из уравнений системы.

5. Вычислить значение другой переменной

Подставим $y=10$ в самую ПЕРВУЮ систему, в ЛЮБОЕ из уравнений, например в первое: $5x+6y=0$

$$5x+6 \cdot 10=0$$

$$5x+60=0$$

$$5x=-60$$

$$x=-60:5$$

$$x=-12$$

6. Записать ответ

$$y=10, x=-12 = (-12; 10)$$

Ответ: $(-12; 10)$

3. Решаем самостоятельно

1)
$$\begin{cases} 9x - 6y = 24, \\ 9x + 8y = 10. \end{cases}$$
 Для того, чтобы какие-либо переменные сделать противоположными, можно ЛИБО первое, ЛИБО второе уравнение умножить на -1. Тогда $9x$ и $-9x$ взаимно уничтожатся

2)
$$\begin{cases} x - 3y = 5, \\ 4x + 9y = 41; \end{cases}$$
 Можно либо первое уравнение умножить на 3, тогда уничтожатся $-9y$ и $9y$. Либо первое умножить на (-4) , тогда взаимно уничтожатся $-4x$ и $4x$. Не забывайте что при умножении на отрицательное число, знаки меняем на противоположные.

3)
$$\begin{cases} 2x + 3y = 6, \\ 3x + 5y = 8; \end{cases}$$
 В изучении новой темы рассмотрено решение подобной системы. Ориентируйся на него.