

Теорема Виета

Для того чтобы успешно применять теорему Виета, нужно уметь определять коэффициенты «а», «b» и «с» в квадратных уравнениях. Без этого вам будет трудно *применить теорему Виета*.

Теорема: Если x_1 и x_2 **корни квадратного уравнения** $ax^2+bx+c=0$, **то**

$$x_1+x_2=\frac{-b}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2=\frac{c}{a}$$

Другими словами, сумма корней квадратного уравнения (x_1+x_2) равна второму коэффициенту, с противоположным знаком ($-b$), делённому на первый коэффициент a ($\frac{-b}{a}$).

А произведение корней ($x_1 \cdot x_2$) равно свободному члену (c), делённому на первый коэффициент a ($\frac{c}{a}$).

Так как в теореме речь идёт о ДВУХ корнях (x_1 и x_2) применять теорему имеет смысл тогда, когда уравнение имеет 2 корня, а определить нам существование корней и их количество поможет дискриминант ($D=b^2-4ac$).

Пример 1:

Найдите сумму и произведение корней уравнения $3x^2-15x+2=0$.

Решение:

Выясним, имеет ли данное уравнение корни, для этого найдём дискриминант:

$$3x^2-15x+2=0 (a=3, b=-15, c=2)$$

$$D=b^2-4ac=.$$

Тогда по теореме Виета:

$$x_1+x_2=\frac{-b}{a}=\frac{-(-15)}{3}=\frac{15}{3}=5= \text{сумма корней равна } 5.$$

$$x_1 \cdot x_2=\frac{c}{a}=\frac{2}{3}= \text{произведение корней равно } \frac{2}{3}.$$

Ответ: $x_1+x_2=5$; $x_1 \cdot x_2=\frac{2}{3}$

Пример 2:

Найдите коэффициенты b и c уравнения $x^2+bx+c=0$, если его корнями являются числа -7 и 4 .

Решение:

В уравнении $x^2+bx+c=0$ ($a=1$)

$$1) x_1+x_2=\frac{-b}{a}=x_1+x_2=\frac{-b}{1}=x_1+x_2=-b \text{ (поменяем местами)}$$

$$-b=x_1+x_2 \text{ (подставим значение корней)}$$

$$-b=-7+4$$

$$-b=-3 \vee \cdot (-1)$$

$$b=3$$

$$2) x_1 \cdot x_2=\frac{c}{a}=x_1 \cdot x_2=\frac{c}{1}=x_1 \cdot x_2=c \text{ (поменяем местами)}$$

$$c=x_1 \cdot x_2=-7 \cdot 4=-28$$

Ответ: $b=3, c=-28$

Решаем самостоятельно: №708, 711.