

Обратная теорема Виета

1. Вспоминаем

Теорема Виета: Если x_1 и x_2 — корни квадратного уравнения $ax^2+bx+c=0$, то

$$x_1+x_2=\frac{-b}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2=\frac{c}{a}$$

2. Рассмотрим №708 Внимательно проанализируй решение, особенно обрати внимание на знаки.

№708 Не решая уравнение, найдите сумму(+) и произведение(*) его корней

1) $x^2-12x-18=0$ ($a=1, b=-12, c=-18$). Найдём дискриминант:

$$D=b^2-4ac=(-12)^2-4 \cdot 1 \cdot (-18)=144+72=216, D>0 \Rightarrow \text{по т. Виета:}$$

$$x_1+x_2=\frac{-b}{a}=\frac{-(-12)}{1}=\frac{12}{1}=12 \Rightarrow \text{сумма корней равна } 12.$$

$$x_1 \cdot x_2=\frac{c}{a}=\frac{-18}{1}=-18 \Rightarrow \text{произведение корней равно } -18.$$

Ответ: $x_1+x_2=12$; $x_1 \cdot x_2=-18$

2) $x^2+2x-9=0$ ($a=1, b=2, c=-9$)

$$D=b^2-4ac=2^2-4 \cdot 1 \cdot (-9)=4+36=40>0, \text{ тогда по т. Виета:}$$

$$x_1+x_2=\frac{-b}{a}=\frac{-2}{1}=-2 \Rightarrow \text{сумма корней равна } -2.$$

$$x_1 \cdot x_2=\frac{c}{a}=\frac{-9}{1}=-9 \Rightarrow \text{произведение корней равно } -9.$$

Ответ: $x_1+x_2=-2$; $x_1 \cdot x_2=-9$

3. Изучаем: (Запиши теорему):

Теорема: (обратная теореме Виета) «Если числа x_1 и x_2 таковы, что $x_1+x_2=\frac{-b}{a}$ и $x_1 \cdot x_2=\frac{c}{a}$, то эти числа являются корнями квадратного уравнения $ax^2+bx+c=0$.»

Рассмотрим на примере:

1) Определите, являются ли корнями уравнения $x^2+2x-3=0$ числа 1 и -2

Решение:

В данном уравнении $a=1, b=2, c=-3$. $x_1=1, x_2=-2$

По теореме, обратной т. Виета, мы должны найти сумму(+) корней, и число должно получиться такое

же, как $\frac{-b}{a}$. А произведение такое же, как число $\frac{c}{a}$. Тогда числа 1 и -2 будут являться корнями уравнения.

$$x_1+x_2=1+(-2)=-1, \frac{-b}{a}=\frac{-2}{1}=-2 \Rightarrow -1 \neq -2 \Rightarrow \text{Числа 1 и -2 не являются корнями уравнения и}$$

произведение проверять не нужно.

Ответ: не являются.

2) Определите, являются ли корнями уравнения $x^2+5x+6=0$ числа -2 и -3

Решение:

$$x_1+x_2=-2+(-3)=-5, \frac{-b}{a}=\frac{-5}{1}=-5 \Rightarrow \text{Проверим произведение:}$$

$$x_1 \cdot x_2=-2 \cdot (-3)=6, \frac{c}{a}=\frac{6}{1}=6 \Rightarrow \text{Числа -2 и -3 являются корнями уравнения}$$

Ответ: Числа -2 и -3 являются корнями уравнения

4. Решаем самостоятельно№709