

Биквадратное уравнение

Записываем число, тему урока, всю важную информацию в тетрадь и решённый пример.

1. Изучаем

Уравнение вида $ax^4 + bx^2 + c = 0$, где x - переменная, a, b и c - некоторые числа, причём $a \neq 0$, называют биквадратным уравнением.

Чтобы решить уравнение $ax^4 + bx^2 + c = 0$ нужно сделать замену:

Заменить выражение x^2 на t .

А так как $x^4 = x^{2 \cdot 2} = x^2 \cdot x^2 = t \cdot t = t^2$, x^4 заменяем на t^2 , получаем новое уравнение:

$$at^2 + bt + c = 0$$

Такой способ решения уравнений называют **методом замены переменной**.

Рассмотрим на конкретном примере:

Решите уравнение $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$

Решение:

Пусть $x^2 = t$. Тогда $x^4 = t^2$. Подставим в исходное уравнение, получим:

$t^2 - 13t + 36 = 0$ ($a = 1, b = -13, c = 36$) решим через дискриминант:

$$D = b^2 - 4ac = (-13)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 36 = 169 - 144 = 25 > 0 = \text{2 корня}$$

$$t_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{-(-13) + \sqrt{25}}{2 \cdot 1} = \frac{13 + 5}{2} = \frac{18}{2} = 9$$

$$t_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{-(-13) - \sqrt{25}}{2 \cdot 1} = \frac{13 - 5}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

А теперь самое важное, вернуться к первому этапу, Мы заменяли $x^2 = t$, а теперь из уравнения мы нашли $t_1 = 9, t_2 = 4$. Получим

$$\begin{array}{ccc} & x^2 = t & \\ \swarrow & & \searrow \\ x^2 = 9 & & x^2 = 4 \\ x = \pm \sqrt{9} & & x = \pm \sqrt{4} \\ x = \pm 3 & & x = \pm 2 \\ x_1 = 3, x_2 = -3 & & x_3 = 2, x_4 = -2 \end{array}$$

Ответ: $x_1 = 3, x_2 = -3, x_3 = 2, x_4 = -2$

Любое биквадратное уравнение решается так же, как уравнение из ранее приведённого примера: вводят новую переменную $x^2 = t$, решают полученное квадратное уравнение, а затем возвращаются к переменной.

2. Решаем

№1. Выбери уравнение, которое является биквадратным

$26x - 6$

$7x^4 + 26x^2 + 6 = 0$

$7x + 6 = 0$

$x^2 + 26x + 7 = 0$

№2. Решите уравнения

1) $x^4 - 50x^2 + 49 = 0$;

2) $x^4 - 5x^2 - 36 = 0$;

3) $4x^4 - 13x^2 + 3 = 0$;

4) $3x^4 + 8x^2 - 3 = 0$.

Решая уравнения смотри на предыдущий образец, не забывай вернуться к первому этапу, а главное, помни что если x^2 равен отрицательному числу, то корней у такого выражения нет.