

§19 Многоугольники

1. Изучаем (Внимательно изучи предложенный материал)

Рассмотрим фигуру (рисунок 194), составленную из точек $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ и отрезков $A_1A_2, A_2A_3, \dots, A_nA_1$ таких, что НИКАКИЕ два соседних отрезка не лежат на одной прямой и никакие два несоседних отрезка не имеют общих точек (то есть, никакие отрезки НЕ пересекаются).

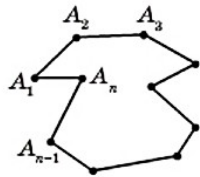


Рис. 194

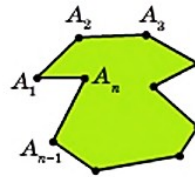


Рис. 195

Фигура, образованная этими отрезками, ограничивает часть плоскости, выделенную на рисунке 195 зелёным цветом. Эту часть плоскости вместе с отрезками называют **многоугольником**.

Точки $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ называются **вершинами** многоугольника, а отрезки $A_1A_2, A_2A_3, \dots, A_nA_1$ — **сторонами** многоугольника.

Две соседние стороны многоугольника образуют **угол многоугольника**. Например, на рисунке 196: $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ — углы многоугольника, φ — не является углом треугольника.

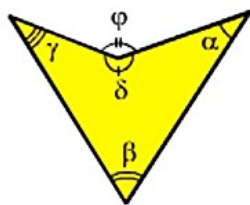


Рис. 196

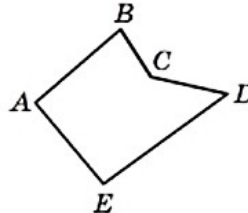


Рис. 197

Многоугольник называют по количеству углов: треугольник (3 угла), четырёхугольник (4 угла), пятиугольник (5 углов) и так далее. Многоугольник с n углами называется **n -угольником**. (n — это какое-то количество углов)

Многоугольник обозначают по его вершинам. Например, на рисунке 197 изображён пятиугольник ABCDE.

Сумма длин всех сторон называется **периметром многоугольника**.

Две вершины многоугольника, принадлежащие одной стороне называются **соседними**. Отрезок, соединяющий любые **НЕ** соседние вершины многоугольника, называется **диагональю многоугольника**. Например, на рисунке 198 отрезок AE — диагональ шестиугольника ABCDEF.

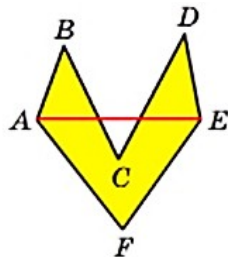


Рис. 198



Рис. 199

На рисунке 199 изображён многоугольник, все углы которого меньше развёрнутого (каждый угол меньше 180°). Такой многоугольник называют **выпуклым**. А вот многоугольники, изображённые на всех предыдущих рисунках, выпуклыми НЕ являются. Даже визуально видно из различия.

Треугольник является многоугольником. Мы знаем, что сумма углов треугольника равна 180 градусов. Возникает вопрос: можно ли найти сумму углов произвольного n -угольника? (*пятиугольника, семнадцатиугольника, стоугольника и так далее*). На этот вопрос нам ответит теорема:

Теорема 19.1. *Сумма углов выпуклого n -угольника равна $180^\circ (n - 2)$.*

Эта теорема справедлива и для любого многоугольника, не являющегося выпуклым. (Теорему важно выучить. Очень много заданий в ОГЭ требуют знаний данной теоремы.)

Определение.

Окружность называют **описанной** около многоугольника, если она проходит через все его вершины.

На рисунке 204 изображена окружность, описанная около многоугольника. В этом случае так же говорят, что многоугольник **вписан** в окружность.

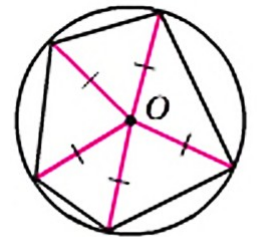


Рис. 204

Центром описанной окружности является точка, которая равноудалена (*на одинаковом расстоянии*) от всех его вершин. Следовательно точка O принадлежит серединным перпендикулярам всех сторон многоугольника, вписанного в окружность.

Около многоугольника можно описать окружность, если существует точка, равноудалённая от всех вершин, то есть если серединные перпендикуляры всех сторон многоугольника пересекаются в одной точке, то около такого многоугольника можно описать окружность.

Определение

Окружность называют **вписанной** в многоугольник, если она касается всех его сторон.

На рисунке 205 изображена окружность, вписанная в многоугольник. В этом случае говорят, что многоугольник **описан** около окружности.

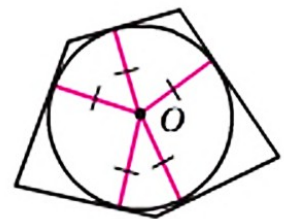


Рис. 205

Центр вписанной окружности в многоугольник, равноудалён от всех его сторон, следовательно точка O принадлежит биссектрисам всех углов многоугольника.

В выпуклый многоугольник можно вписать окружность, если существует точка, равноудалённая от всех сторон, следовательно, если биссектрисы всех углов выпуклого многоугольника, пересекаются в одной точке, то в такой многоугольник можно вписать окружность.

2. Закрепляем

Задание:

В тетради записать число, тему урока, и дать ПОЛНЫЙ, РАЗВЕРНУТЫЙ ответ на вопросы, исходя из прочитанного



1. Объясните, какую фигуру называют многоугольником.
2. Что называют периметром многоугольника?
3. Что называют диагональю многоугольника?
4. Какой многоугольник называют выпуклым?
5. Как расположен выпуклый многоугольник относительно любой прямой, содержащей его сторону?
6. Чему равна сумма углов выпуклого n -угольника?
7. Какую окружность называют описанной около многоугольника?
8. Какая точка является центром окружности, описанной около многоугольника?
9. Какую окружность называют вписанной в многоугольник?
10. Какая точка является центром окружности, вписанной в многоугольник?