

§22. Арифметическая прогрессия

Мы узнаем, как называется такая последовательность, какими свойствами она обладает.

Всю главную информацию записываем в тетрадь, как положено: тема, число, определения, основные примеры.

Рассмотрим последовательность:

2, 7, 12, 17, 22, 27, ...;

Заметим, что каждый член последовательности, начиная со второго, получается из предыдущего прибавлением числа 5.

Ещё одну последовательность:

1; 1,5; 2; 2,5; 3; 3,5; 4...

Здесь каждый член последовательности, начиная со второго, получается из предыдущего числа прибавлением числа 0,5.

! **Арифметическая прогрессия** – это последовательность, в которой каждый член, начиная со второго, равен предыдущему, сложенному с одним и тем же числом.

Как в первом примере, мы определили, что прибавляют именно число 5?

Для этого достаточно взять любые 2 члена последовательности, и от последующего отнять предыдущий (найти разницу). То есть, в последовательности 2, 7, 12, 17, 22, 27, ...; можно взять последующий член – например, 27 и ему предыдущий – это 22. Найти разницу: $27 - 22 = 5$. Или взять третий член = 12 и ему предыдущий = 7 и найти разницу: $12 - 7 = 5$. (В арифметической прогрессии, разницей всегда будет одно и то же число).

Сделаем вывод:

! Число, равное разности последующего и предыдущего членов последовательности, называют **разностью арифметической прогрессии** и обозначают буквой **d**.

Зная первый член последовательности (a_1) и разность (d) можно задать арифметическую прогрессию.

Например, если $a_1 = 1, d = 2$, то получим арифметическую последовательность:

1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, ...

(Если $d = 2$, то мы к каждому члену прогрессии прибавляем 2).

Разность прогрессии (d) может быть любым числом – и положительным, и отрицательным, и дробным, и нулём...

Пример 1:

Является ли арифметической прогрессией следующая последовательность? Если да, укажите разность прогрессии (d).

a) 5, 5, 5, 5, 5, 5...

Найдём разность любых двух последовательных членов последовательности $d = 5 - 5 = 0$, прибавляя к каждому члену прогрессии 0, получаем следующий член.

Ответ: является, $d = 0$.

b) 4, 8, 12, 16.

Найдём разность любых двух последовательных членов последовательности, например, двух последних $d = 16 - 12 = 4$, прибавляя к каждому члену прогрессии 4, должны получить следующий член, то есть, $4 + 4 = 8$; $8 + 4 = 12$; $12 + 4 = 16$
Ответ: является, $d = 4$.

с) 5, 10, 5, 10.

Найдём разность любых двух последовательных членов последовательности, например, первых двух $d = 10 - 5 = 5$. Проверим: $5 + 5 = 10$; $10 + 5 = 15$, третий член прогрессии должен быть равен 15, а в данной последовательности это число = 5. => данная последовательность не является арифметической прогрессией.

Ответ: не является

d) -5; -3; -1; 1.

$d = -3 - (-5) = -3 + 5 = 2$. если эта последовательность - арифметическая прогрессия, то прибавляя к каждому члену число 2, ничего не изменится.

Проверим:

$-5 + 2 = -3$, $-3 + 2 = -1$, $-1 + 2 = 1$. Всё верно => последовательность является арифметической прогрессией.

Ответ: является, $d = 2$

e) 3, -6, 12, -24.

$d = -6 - 3 = -9$, прибавляя к каждому члену последовательности число -9, числовой ряд не должен измениться. Проверим: $3 + (-9) = -6$, $-6 + (-9) = -15$, в арифметической прогрессии третий член должен быть равен -15, а в данной последовательности, он равен 12.

Ответ: не является

Пример 2.

Найдите четыре первых члена арифметической прогрессии, первый член которой равен 1,2, а разность равна -0,3.

<u>Дано:</u> $a_1 = 1,2$ $d = -0,3$	<u>Решение:</u> $a_2 = a_1 + d = 1,2 + (-0,3) = 1,2 - 0,3 = 0,9$
---	---

<u>Найти:</u> $a_{1,2,3,4}$	$a_3 = a_2 + d = 0,9 + (-0,3) = 0,6$ $a_4 = a_3 + d = 0,6 + (-0,3) = 0,3$
--------------------------------	--

Ответ: 1,2; 0,9; 0,6; 0,3.

Пример 3.

Чему равна разность арифметической прогрессии, если $a_6 = -2$, $a_7 = 6$

<u>Дано:</u> $a_6 = -2$ $a_7 = 6$	<u>Решение:</u> Чтобы найти разность арифметической прогрессии, нужно вычесть из последующего члена прогрессии предыдущий.
---	---

<u>Найти:</u> $d = ?$	$d = a_7 - a_6 = 6 - (-2) = 6 + 2 = 8$
--------------------------	--

Ответ: $d = 8$.

Этих знаний достаточно, чтобы приступить к решению номеров из учебника по алгебре:

№714, №716, №721