

§23 Сумма n первых членов арифметической прогрессии

1. Изучаем

Ну что вообще значит «сумма n первых членов арифметической прогрессии». То есть, допустим, вам дали конечную арифметическую прогрессию, состоящую из 100 членов последовательности? Найти сумму, это значит сидеть и складывать каждый член последовательности со следующим, но это слишком долго, тем более, если представить, что последовательность состоит из 1000000 членов последовательности.

Поэтому в математике существует 2 способа нахождения суммы арифметической прогрессии с помощью формул:

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

Для того чтобы воспользоваться этой формулой, достаточно знать первый член последовательности и последний

Рассмотрим на примере:

Чему равна сумма шести первых членов арифметической прогрессии, если $b_1 = 19, b_6 = 14$

Дано: $b_1 = 19, b_6 = 14$

Найти: $S_6 = ?$

Решение: Т.к. нужно найти сумму шести членов прогрессии $\Rightarrow n = 6$, воспользуемся формулой:

$$S_6 = \frac{19 + 14}{2} \cdot 6 = \frac{33}{2} \cdot 6 = \frac{33 \cdot 6}{2} = \frac{33 \cdot 3}{1} = \frac{99}{1} = 99$$

Ответ: $S_6 = 99$

Рассмотрим вторую формулу:

$$S_n = \frac{2 \cdot a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$$

Этой формулой удобно пользоваться тогда, когда известны первый член и разность прогрессии.

Рассмотрим на примере:

Вычислите сумму двадцати первых членов арифметической прогрессии $-8, -6, -4, \dots$

Решение:

Нам известен первый член последовательности $a_1 = -8$ и можно найти разницу:

$d = -6 - (-8) = -6 + 8 = 2$. Вычислим сумму двадцати первых членов последовательности по второй формуле. $S_{20} = ?, n = 20$.

Получаем $a_1 = -8, d = 2, n = 20$

Подставим всё в формулу:

$$S_{20} = \frac{2 \cdot (-8) + 2(20-1)}{2} \cdot 20 = \frac{-16 + 2 \cdot 19}{2} \cdot 20 = \frac{-16 + 38}{2} \cdot 20 = \frac{22}{2} \cdot 20 = 11 \cdot 20 = 220$$

Ответ: $S_{20} = 220$

2. Задание

- 1) Запиши важную информацию в тетрадь.
- 2) Выполни №763, 765