

# Геометрическая прогрессия

**1. Изучаем** (внимательно изучи предложенный материал. Главную информацию записываем в тетрадь – тема, число)

Рассмотрим последовательность:

$$1, 3, 9, 27, 81, 243, \dots;$$

Эта последовательность обладает следующей характерной особенностью: каждый следующий член последовательности получен в результате **умножения** предыдущего члена на одно и то же число. В данной последовательности это число равно 3, то есть:

$$1 \cdot 3 = 3, 3 \cdot 3 = 9, 9 \cdot 3 = 27, 27 \cdot 3 = 81, 81 \cdot 3 = 243 \text{ и так далее.}$$

Приведём ещё примеры таких последовательностей:

$$2, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \dots;$$

- в данной последовательности каждый следующий член получен в результате умножения предыдущего члена на одно и то же число  $\frac{1}{2}$ :  $2 \cdot \frac{1}{2} = 1, 1 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}, \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$  и т.д.

$$5; -0,5; 0,05; -0,005; 0,0005; \dots$$

-эта последовательность получена в результате умножения предыдущего члена на число  $-0,1$ :

$$5 \cdot (-0,1) = -0,5; -0,5 \cdot (-0,1) = 0,05; 0,05 \cdot (-0,1) = -0,005; -0,005 \cdot (-0,1) = 0,0005 \text{ и т.д.}$$

С подобными последовательностями можно встретиться, например, при изучении роста колонии бактерий или при ежемесячном расчёте суммы денег на счёте, положенных в банк под проценты. Такие последовательности называют **геометрическими прогрессиями**.

## Определение

**Геометрической прогрессией называют последовательность с отличным от нуля первым членом, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему члену, умноженному на одно и то же НЕ равное нулю число.**

Число, равное отношению (делению) последующего и предыдущего членов последовательности называют **знаменателем геометрической прогрессии** и **обозначают** буквой  $q$ .

Итак, если  $b_n$  – геометрическая прогрессия:  $b_1, b_2, b_3, b_4, \dots, b_n$  со знаменателем  $q$ , то

$$q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{b_3}{b_2} = \frac{b_4}{b_3} = \dots$$

То есть, чтобы найти знаменатель геометрической прогрессии, нужно любой последующий член поделить на предыдущий: (шестой разделить на пятый, или пятнадцатый разделить на четырнадцатый, третий разделить на второй)

- Чтобы задать геометрическую прогрессию, надо указать её первый член ( $b_1$ ) и знаменатель ( $q$ ).

## 2. Решаем

**№1. Среди данных последовательностей укажите геометрические прогрессии, первый член и знаменатель каждой из них:**

1)  $1, 7, 49, 343$ . Проверим, является ли данная прогрессия геометрической. Знаменатель должен быть равен  $7:1=7$ , т.е. каждый следующий член должен быть

больше предыдущего в 7 раз, проверяем:

$$1 \cdot 7 = 7, 7 \cdot 7 = 49, 49 \cdot 7 = 343 = b_3 \text{ это геометрическая прогрессия } b_1 = 1, q = 7$$

$2; -4, 2, 1, -0,5$ . Знаменатель должен быть равен  $2 : (-4) = \frac{-2}{4} = \frac{-1}{2}$ , т.е. каждый

следующий член должен быть больше предыдущего в  $\frac{-1}{2}$  раз, проверяем:

$$-4 \cdot \left(\frac{-1}{2}\right) = 4 \cdot \frac{1}{2} = \frac{4}{2} = 2; 2 \cdot \frac{-1}{2} = \frac{-2}{2} = -1, \text{ третий член должен быть равен } -1, \text{ а в данной}$$

последовательности это число 1. => это не геометрическая прогрессия.

переверни

**№2 Найдите седьмой член геометрической прогрессии, если  $b_8 = 16$ , а знаменатель прогрессии  $q = \frac{3}{4}$ .**

Каждый следующий член больше в  $\frac{3}{4}$  раз, следовательно если нужно найти предыдущий, то он, наоборот, в это же количество раз МЕНЬШЕ.

$$b_7 = b_8 : q = 16 : \frac{3}{4} = 16 \cdot \frac{4}{3} = \frac{16 \cdot 4}{3} = \frac{64}{3} = 21 \frac{1}{3}.$$

$$\text{Ответ: } b_7 = 21 \frac{1}{3}$$

### 3. Выполни задание

**№1** Среди данных последовательностей укажите геометрические прогрессии, первый член и знаменатель каждой из них:

1) 2, 6, 18, 36;                      4) 81, 27, 9, 3;                      7) -9, -9, -9, -9;

2) 4, 8, 16, 32;                      5) 2, -2, 2, -2;                      8) 1, 2, 3, 5;

3) 10, 20, 30, 40;                      6)  $-\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, -1, 2$ ;                      9)  $\sqrt{2}, 2, 2\sqrt{2}, 4$ .

**№2** Шестой член геометрической прогрессии ( $b_n$ ) равен 8, а знаменатель равен -4. Найдите седьмой член прогрессии.