

**Сумма бесконечной геометрической прогрессии,
у которой модуль знаменателя (q) меньше 1.**

1. Вспоминаем

- 1) Запиши формулу **n-го члена** геометрической прогрессии:
_____.
- 2) Запиши формулу **суммы** n первых членов геометрической прогрессии:_____.

2. Изучаем

На прошлом уроке мы рассматривали суммы, состоящие из **конечного** числа слагаемых. Однако при решении некоторых задач приходится рассматривать суммы **с бесконечным числом** слагаемых.

Хотя это вызывает некоторое недоумение, ведь нельзя сложить **бесконечно** много чисел – такой процесс никогда не завершится.

Но в математике решили эту проблему:

Если **сумму бесконечной прогрессии** обозначить буквой S, то можно записать такую формулу:

$$S = \frac{b_1}{1 - q}$$

Эта формула используется только в том случае, когда прогрессия **БЕСКОНЕЧНАЯ** и когда знаменатель q меньше 1 ($\frac{3}{4}, -\frac{1}{3}, -\frac{2}{7}, 0,7$ и т.д.).

Теперь нам известны 2 формулы для вычисления суммы геометрической прогрессии, поэтому прежде чем применить формулу, определите вид прогрессии – конечная она или бесконечная.

Рассмотрим на примере:

№1. Вычислите сумму бесконечной геометрической прогрессии со знаменателем q, если $b_1 = 18, q = -\frac{2}{7}$

Решение:

Т.к. прогрессия бесконечная, подставим в формулу:

$$S = \frac{b_1}{1 - q} = \frac{18}{1 - (-\frac{2}{7})} = \frac{18}{1 + \frac{2}{7}} = \frac{18}{1 \frac{2}{7}} = 18 : 1 \frac{2}{7} = 18 : \frac{9}{7} = \frac{18}{1} : \frac{9}{7} = \frac{18 \cdot 7}{1 \cdot 9} = \frac{2 \cdot 7}{1 \cdot 1} = \frac{14}{1} = 14$$

№2. Найдите сумму бесконечной геометрической прогрессии 396, 330, 275,

Так как прогрессия бесконечная используем формулу $S = \frac{b_1}{1 - q}$.

Из прогрессии очевидно, что $b_1 = 396$.

Найдём q. $q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{330}{396} = \frac{110}{132} = \frac{55}{66} = \frac{5}{6}$. Подставим найденные значения в формулу:

$$S = \frac{b_1}{1 - q} = \frac{396}{1 - \frac{5}{6}} = \frac{396}{\frac{6 - 5}{6}} = \frac{396}{\frac{1}{6}} = 396 : \frac{1}{6} = \frac{396}{1} \cdot \frac{6}{1} = 2376$$

3. Решаем самостоятельно

Вычислите сумму бесконечной геометрической прогрессии (b_n) со знаменателем q , если:

1) $b_1 = 24, q = \frac{3}{4}$; 3) $b_1 = 63, q = -\frac{1}{6}$;

2) $b_1 = -84, q = -\frac{1}{3}$; 4) $b_1 = -81, q = -\frac{2}{7}$.

Найдите сумму бесконечной геометрической прогрессии:

1) 64, 24, 9, ...; 2) -396, 330, -275,