§16. Скалярное произведение векторов

1. **<u>Самостоятельная работа по предыдущей теме «Умножение вектора на число»</u>**

1. $|\vec{b}| = 1{,}6$. Чему равен модуль вектора: 1) $-2\vec{b}$; 2) $\frac{1}{4}\vec{b}$? *(решать как №530 из*

2. Найдите модуль вектора $\vec{a} = 4\vec{c}$, где $\vec{c}(5; -12)$. *(как №541)*

3. Даны векторы $\vec{a}(4; -7)$ и $\vec{b}(-3; 6)$. Найдите координаты вектора:
1) $3\vec{a} + \vec{b}$; как №544

2. **<u>Изучаем новую тему</u>**

Пусть $\vec{a}$ и $\vec{b}$ — два ненулевых и несонаправленных вектора (рис. 131). От произвольной точки O отложим векторы $\overrightarrow{OA}$ и $\overrightarrow{OB}$, соответственно равные векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Величину угла AOB будем называть **углом между векторами** $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ обозначают так: $\angle(\vec{a}, \vec{b})$. Например, на рисунке 131 $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 120°$, а на рисунке 132 $\angle(\vec{m}, \vec{n}) = 180°$.

Если векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ сонаправлены, то считают, что $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 0°$. Если хотя бы один из векторов $\vec{a}$ или $\vec{b}$ нулевой, то также считают, что $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 0°$.

Рис. 131

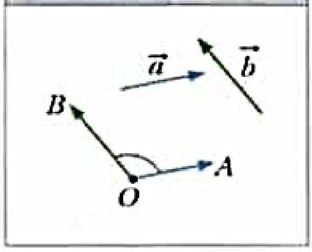
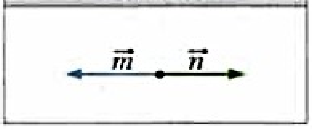


Рис. 132



Найди ответы на вопросы ***в тексте*** *и кратко запиши в тетрадь:*

- *как обозначают угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$.*
- *Чему равен угол, если векторы сонаправлены?(направлены в одну сторону) Как это записать?*
- *Если хотя бы один из векторов нулевой, то как записать?*

Следовательно, для любых векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ имеет место неравенство:
$0° \leq \angle(\vec{a}, \vec{b}) \leq 180°$.

Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называют **перпендикулярными**, если угол между ними равен 90°. Пишут: $\vec{a} \perp \vec{b}$.

- В каких промежутках находится угол между двумя векторами?
- В каком случае векторы называют перпендикулярными? Как обозначают?

Мы умеем складывать и вычитать векторы, соввсем недавно научились умножать вектор на ЧИСЛО, а сейчас мы вводим новое действие над веторами- скалярное произведение.

Определение

Скалярным произведением двух векторов называют произведение их модулей и косинуса угла между ними.

Скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ обозначают так: $\vec{a} \cdot \vec{b}$. Имеем:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos\angle(\vec{a}, \vec{b})$$

Это самая важная информация, запиши это и ***ВЫУЧИ.***

Пусть $\vec{a}=\vec{b}$. Тогда $\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{a}\cdot\vec{a}=|\vec{a}||\vec{a}|\cos 0^\circ=|\vec{a}|^2$.

Скалярное произведение $\vec{a}\cdot\vec{a}$ называют **скалярным квадратом** вектора $\vec{a}$ и обозначают $\vec{a}^{\,2}$.

Мы получили, что $\vec{a}^{\,2}=|\vec{a}|^2$, т. е. ***скалярный квадрат вектора равен квадрату его модуля.***

-Почему косинус между равными векторами равен 0°*? Потому что если векторы равны, то они сонаправлены (направлены в одну сторону), а в самом начале урока мы уяснили, что угол между сонаправленными векторами равен* 0°*. А* $\cos 0^\circ=1$

3. **Решаем №583(1-2), стр.141**

Скалярное произведение двух векторов - это произведение их модулей и косинуса угла между ними. Значения косинусов можно смотреть на форзаце учебника.

1) *Дано:* $|\vec{a}|=2, |\vec{b}|=5, \angle(\vec{a},\vec{b})=60^\circ$

   Решение: $|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\cos\angle(a;b)=2\cdot5\cdot\cos 60^\circ=10\cdot\frac{1}{2}=\frac{10}{2}=5$

   Ответ: $|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|=5$

2) *Дано:* $|\vec{a}|=3, |\vec{b}|=2\sqrt{2}, \angle(\vec{a},\vec{b})=135^\circ$

   Решение: $|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\cos\angle(a;b)=¿3\cdot2\sqrt{2}\cdot\cos 135^\circ.$

   (Рассмотрим отдельно $\cos 135^\circ=\cos(180^\circ-45^\circ)=-\sin 45^\circ=\frac{-\sqrt{2}}{2}$*)*

   Продолжим: $3\cdot2\sqrt{2}\cdot\cos 135^\circ=6\sqrt{2}\cdot\left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right)=\frac{-6\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}{2}=\frac{-6\cdot2}{2}=-6$

   Ответ: $|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|=-6$

4. **Решаем самостоятельно:**

№584.